Philosophy 240: Symbolic Logic Hamilton College
Fall 2008 Russell Marcus
Mondays, Wednesdays, Fridays: 9am - 9:50am rmarcus1@hamilton.edu

Solutions to Practice Problems for Test #7

I. Translations.

1. (x)(Fx ⊃ Px)
2. (x)[(Gx · Fx) ⊃ Px]
3. (x)(Fx ⊃ Mnx)
4. (x)(Wpx ⊃ Mnx)
5. (x)(Sxn ⊃ Mnx)
6. (x)(~Mxx ⊃ Mnx)
7. (x)(y)(Sxy ⊃ ~Syx)
8. (x){(Fx ·Px) ⊃ (∃y)[(Gy · Py) · Rxy]} ⊃ (∃x)[Gx · (y)(Fy ⊃ Sxy)]
9. Bac · (x)(Bxc ⊃ x=a)
   (∃x)(Nx · Wex)
   ~(∃x)(Nx · Wax) / ~Bec
10. (x)(y)(Rxy ⊃ ~x=y) / (x)~Rxx
11. (x)(y)(z)(x=y ∨ y=z ∨ x=z)
    (∃x)(~x=c · Hx) / (∃x)(∃y)[~x=y · (z)(z=x ∨ z=y)]
12. (∃x)[Bxc · (y)(Byc ⊃ y=x) · Hx] / (∃x)(Bxc)
13. (x)[(~x=c · ~x=b) ⊃ Hx]
    ~Ha / a=c ∨ a=b

II. Derivations
Note: These solutions are merely samples. There are, for most problems, alternative, fully legitimate solutions.

1. 1. (x)(∃y)(~Fx ∨ Gy) / (x)Fx ⊃ (∃y)Gy
   | 2. (x)Fx ACP
   | 3. (∃y)(~Fx ∨ Gy) 1, UI
   | 4. ~Fx ∨ Ga 3, EI
   | 5. Fx 2, UI
   | 6. Ga 4, 5, DN, DS
   | 7. (∃y)Gy 6, EG
   8. (x)Fx ⊃ (∃y)Gy 2-7 CP

QED

2. 1. (x)(∃y)Fxy ⊃ (x)(∃y)Gxy
   2. (∃x)(y)~Gxy / (∃x)(y)~Fxy
   3. ~(x)(∃y)Gxy 2, CQ, CQ
   4. ~(x)(∃y)Fxy 1, 3, MT
   5. (∃x)(y)~Fxy 4, CQ, CQ

QED

3.

1.	(x)[(Fx ∨ Gx) ⊃ (Hx · Kx)]	
2.	(x){(Hx ∨ Lx) ⊃ [(Hx· Nx) ⊃ Px]}	/ (x)[Fx ⊃ (Nx ⊃ Px)]
| 3.	Fx	ACP
| 4.	Fx ∨ Gx	3, Add
| 5.	(Fx ∨ Gx) ⊃ (Hx · Kx)	1, UI
| 6.	Hx · Kx	5, 4, MP
| 7.	Hx	6, Simp
| 8.	Hx ∨ Lx	7, Add
| 9.	(Hx ∨ Lx) ⊃ [(Hx · Nx) ⊃ Px]	2, UI
| 10.	(Hx · Nx) ⊃ Px	9, 8, MP
| | 11.	Nx	ACP
| | 12.	Hx · Nx	7, 11, Conj
| | 13.	Px	10, 12, MP
| 14.	Nx ⊃ Px	11-13, CP
15.	Fx ⊃ (Nx ⊃ Px)	3-14, CP
16.	(x)[Fx ⊃ (Nx ⊃ Px)]	15, UG

QED

4.

1.	~(∃x)(Axa · ~Bxb)	
2.	~(∃x)(Dxd · Dbx)	
3.	(x)(Bex ⊃ Dxg)	/ ~(Aea · Dgd)
| 4.	Aea · Dgd	AIP
| 5.	(x)~(Axa · ~Bxb)	1, CQ
| 6.	(x)(~Axa ∨ Bxb)	5, DM, DN
| 7.	~Aea ∨ Beb	6, UI
| 8	Aea	4, Simp
| 9.	Beb	7, 8, DN, DS
| 10.	(x)~(Dxd · Dbx)	2, CQ
| 11.	(x)(~Dxd ∨ ~Dbx)	10, DM
| 12.	~Dgd ∨ ~Dbg	11, UI
| 13.	Dgd	4, Com, Simp
| 14.	~Dbg	12, 13, DN, DS
| 15.	Beb ⊃ Dbg	3, UI
| 16.	Dbg	15, 9, MP
| 17.	Dbg · ~Dbg	16, 14, Conj
18.	~(Aea · Dgd)	4-17, IP

QED

5.

1.	(x)(Ax ⊃ Bx)	/ (x)[(∃y)(Ay · Cxy) ⊃ (∃z)(Bz · Cxz)]
2.	(∃y)(Ay · Cxy)	ACP
3.	Aa · Cxa	2, EI
4.	Aa	3, Simp
5.	Aa ⊃ Ba	1, UI
6.	Ba	5, 4, MP
7.	Cxa	3, Com, Simp
8.	Ba · Cxa	6, 7, Conj
9.	(∃z)(Bz · Cxz)	8, EG
10.	(∃y)(Ay · Cxy) ⊃ (∃z)(Bz · Cxz)	2-9, CP
11.	(x)[(∃y)(Ay · Cxy) ⊃ (∃z)(Bz · Cxz)]	10, UG

QED

6.

1.	(∃x)(Nx · Wjx · Ix)	
2.	Nc · Wjc · (x)[(Nx · Wjx) ⊃ x=c]	/ Ic
3.	Na · Wja · Ia	1, EI
4.	(x)[(Nx · Wjx) ⊃ x=c]	2, Com, Simp
5.	(Na · Wja) ⊃ a=c	4, UI
6.	Na · Wja	3, Simp
7.	a=c	5, 6, MP
8.	Ia	3, Com, Simp
9.	Ic	8, 7, ID

QED

7.

1.	Pa · Oa · (y)[(Py · Oy) ⊃ y=a]	
2.	Pw · Sw · (y)[(Py · Sy) ⊃ y=w]	
3.	(∃x)(Px · Sx · Ox)	/ a=w
4.	Pb · Sb · Ob	3, EI
5.	(y)[(Py · Oy) ⊃ y=a]	1, Com, Simp
6.	Pb · Ob	4, Simp
7.	(Pb · Ob) ⊃ b=a	5, UI
8.	b=a	7, 6, MP
9.	(y)[(Py · Sy) ⊃ y=w]	2, Com, Simp
10.	Pb · Sb	4, Simp
11.	(Pb · Sb) ⊃ b=w	9, UI
12.	b=w	11, 10, MP
13.	a=w	12, 8, ID

QED

8.

1.	(∃x){Mx · Tx · (y)[(My · y≠x) ⊃ Hxy]	/ (∃x){Mx · Tx · (y)[(My · ~Ty) ⊃Hxy]}
2.	Ma · Ta · (y)[(My · ~y=a) ⊃ Hay]	1, EI
3.	My · ~Ty	ACP
4.	(y)[(My · ~y=a) ⊃ Hay]	2, Com, Simp
5.	(My · ~y=a) ⊃ Hay	4, UI
6.	y=a	AIP
7.	Ta	2, Simp
8.	~Ty	3, Com, Simp
9.	Ty	7, 6, ID
10.	Ty · ~Ty	9, 8, Conj
11.	~y=a	6-10, IP
12.	My	3, Simp
13.	My · ~y=a	12, 11, Conj
14.	Hay	5, 13, MP
15.	(My · ~Ty) ⊃ Hay	3-14, CP
16.	(y)[(My · ~Ty) ⊃ Hay]	15, UG
17.	Ma · Ta	2, Simp
18.	Ma · Ta · (y)[(My · ~Ty) ⊃ Hay]	17, 16, Conj
19.	(∃x){Mx · Tx · (y)[(My · ~Ty) ⊃Hxy]}	18, EG

QED

9.

1. (x)(y)(z)[(Sx · Lx · Sy · Ly · Sz · Lz) ⊃ (x=y ∨ y=z ∨ x=z)]		
2. (∃x)(∃y)(Sx · Lx · Sy · Ly · Rx · Ry · x≠y)		
3. (x)(Rx ⊃ ~Cx)	/ (Sa · Ca) ⊃ ~La	
| 4. Sa · Ca		ACP
| | 5. La		AIP
| | 6. (∃y)(Sb · Lb · Sy · Ly · Rb · Ry · b≠y)		3, EI
| | 7. Sb · Lb · Sc · Lc · Rb · Rc · b≠c		6, EI
| | 8. Sb · Lb · Sc · Lc		7, Simp
| | 9. Sa		4, Simp
| | 10. Sa · La		9, 5, Conj
| | 11. Sa · La · Sb · Lb · Sc · Lc		10, 8, Conj
| | 12. (y)(z)[(Sa · La · Sy · Ly · Sz · Lz) ⊃ (a=y ∨ y=z ∨ a=z)]		1, UI
| | 13. (z)[(Sa · La · Sb · Lb · Sz · Lz) ⊃ (a=b ∨ b=z ∨ a=z)]		12, UI
| | 14. (Sa · La · Sb · Lb · Sc · Lc) ⊃ (a=b ∨ b=c ∨ a=c)		13, UI
| | 15. a=b ∨ b=c ∨ a=c		14, 11, MP
| | 16. ~b=c		7, Simp
| | 17. a=b ∨ a=c		17, 16, Com, DS
| | 18. Ra ⊃ ~Ca		3, UI
| | 19. Ca		4, Com, Simp
| | 20. ~Ra		18, 19, DN, MT
| | 21. Rb		7, Simp
| | | 22. a=b		AIP
| | | 23. ~Rb		20, 22, ID
| | | 24. Rb ·~Rb		21, 24, Conj
| | 25. ~a=b		22-24, IP
| | 26. a=c		17, 25, DS
| | 27. Rc		7, Simp
| | 28. Rc ⊃ ~Cc		3, UI
| | 29. ~Cc		28, 27, MP
| | 30. Cc		19, 26, ID
| | 31. Cc ·~Cc		30, 29, Conj
| 33. ~La		5-31, IP
34. (Sa · Ca) ⊃ ~La		4-33, CP

QED